EL IDEALISMO TRASCENDENTAL DE KANT Y LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS[1]

Francisco Saurí
http://mural.uv.es/fransau/
fransau@alumni.uv.es

Abstract: Kant's philosophy of mathematics is not dead. It has suggestive characteristics as alternative to Platonism. But it is necessary correct misunderstandings of Kantian thesis. I read Kant from the last interpretations and I contribute something else.

Keywords: Kant, philosophy of mathematics, geometry, arithmetic, transcendental idealism, infinite.

Benacerraf planteó, en 1973, el dilema que lleva su nombre. Según el dilema de Benacerraf (1973), la descripción de la naturaleza de la verdad matemática ha obedecido a dos tipos de preocupaciones: (1) una teoría semántica homogénea para las proposiciones matemáticas y el resto del lenguaje; (2) una epistemología razonable para la conexión entre mi creer que p y la verdad de p.

La primera preocupación se sustancia, por parte de Benacerraf, manteniendo una semántica tarskiana la cual basa la definición de verdad en el concepto de satisfacibilidad. Este concepto, a su vez, necesita de la referencia, por lo que si asumimos la definición de verdad de Tarki, hace falta suponer la existencia de individuos matemáticos que sean los referentes del lenguaje matemático. Con ello se introduce de una manera técnica algo con lo que muchos matemáticos y filósofos estarían de acuerdo y que expresado en otros términos significa: existen entidades platónicas. Tait (1986, sección V) ha señalado que al ser la satisfacibilidad una función matemática no necesita de la referencia. Pero sea como sea, es evidente que las matemáticas suelen llevar a pensar en la referencia a entidades platónicas.

En cuanto a la segunda preocupación, la de una epistemología razonable, se deriva inmediatamente de la primera una vez se admiten las entidades platónicas. ¿Cómo se puede acceder a esas entidades platónicas? Benacerraf adopta como paradigma de epistemología razonable una teoría causal de la percepción. Dicha teoría ha sufrido los embates del tiempo pero pese a ello la preocupación sigue manteniendo su vigor. Porque nadie negará que es un prejuicio (en sentido positivo) comúnmente aceptado que entramos en contacto con individuos de manera empírica. En otras palabras, podemos interpretar el dilema de Benacerraf como el planteamiento del problema de una

[1] Agradezco a Jesús Alcolea haber llamado mi atención sobre este interesantísimo texto, así como sus comentarios en la elaboración de este trabajo.

supuesta “intuición matemática”, y entiéndase por intuición la presentación de individuos: cómo entramos en contacto directo, supuestamente, con individuos de manera distinta a la empírica.

Una propuesta ya antigua sobre la intuición matemática es la de Kant. La publicación por parte de Kant de la *Crítica de la razón pura* supuso una novedad tal que obligó a la mayor parte de los filósofos a expresarse en sus términos aunque no estuviesen de acuerdo con él. Y sin embargo, como nos muestran las historias de la matemática y de la filosofía de las matemáticas, los matemáticos ya se dirigían en otro sentido opuesto que terminaría por arrinconar el idealismo trascendental. Ya en 1897, Russell (1897, §52) señaló la culminación de este proceso en la creación de la lógica cuantificacional.

Pero ¿se puede descartar el idealismo trascendental tan rápidamente? Desde mi punto de vista, la principal ventaja de esta posición es que no nos exige viajar a reinos ontológicos remotos, que nos permite mantenernos dentro de nuestro mundo, el mundo empírico. Mantengo que la filosofía de la matemática de Kant todavía tiene algo que ofrecer, para lo cual mostraré que para Kant: 1º) mediante la matemática conocemos de antemano la realidad; 2º) el espacio y el tiempo son materia de las matemáticas, pero no son objetos; 3º) podemos intuir el espacio y el tiempo pero esa intuición no proporciona conocimiento, hace falta conceptualizarla. Finalmente en la última sección de este trabajo extraeré las conclusiones pertinentes tras repasar el lugar de la aritmética y el infinito en las tesis de Kant.

1. Mediante la matemática conocemos de antemano la realidad

El prólogo de la segunda edición de la *Crítica de la razón pura* (edición a la que me ceñiré en la traducción de Pedro Ribas) es una consideración sobre la lógica, la matemática, la física y la metafísica. Kant identifica lo racional de las ciencias con los conocimientos *a priori* que éstas incluyen. La lógica es meramente formal y, consiguientemente, es completamente *a priori*. Pero Kant señala que hay conocimientos sobre el mundo que no tienen nada de empírico, esto es, conocimientos que son no sólo *a priori,* sino que no poseen nada empírico pese a referirse a lo empírico: son los conocimientos puros. Es el caso de la totalidad de la matemática; en la física esto sólo ocurre en parte.

Para precisar qué significa exactamente *a priori* en Kant hemos de acudir a la “Introducción” de la *Crítica*. El conocimiento *a priori* es independiente de la experiencia (B2), porque, dice Kant, si bien todo conocimiento comienza con la experiencia no todo procede de él. Kant está utilizando una expresión de venerable raigambre, pero le da un giro novedoso o, como Tait (1992) diría, corrompe una venerable tradición. Antes de Kant, *a priori* significaba un conocimiento cuyo objeto estaba en un mundo platónico del que nuestro mundo sensible era una copia o, en versión moderna, era el conocimiento de las ideas innatas de los racionalistas puesta por Dios en nuestro intelecto. Para Kant, sólo hay otra forma de conocimiento distinta de la experiencia, que es el conocimiento de la propia razón. Ese conocimiento de la propia razón es lo que Kant denomina conocimiento *a priori*. El conocimiento *a priori* es el conocimiento de la estructura de la razón, considerando la razón una facultad, una capacidad humana, y esto es esencial, *para conocer el mundo sensible*.

Los dos criterios independientes que Kant establece para reconocer un conocimiento *a priori* es el de la necesidad y la universalidad estricta. Con lo segundo, Kant se refiere a que una proposición (o juicio, véase B3-4) no admite excepciones. Por su parte, la necesidad en Kant es de dos tipos, que podemos denominar necesidad lógico-formal y necesidad objetiva. La primera es lo que en la actualidad entenderíamos por necesidad conceptual: definiciones más lógica formal. La necesidad objetiva significa la existencia en todo tiempo.

La distinción entre necesidad conceptual y objetiva se corresponde con la distinción kantiana entre lógica formal y lógica trascendental y con la distinción kantiana entre lo lógicamente posible y lo objetivamente posible que puede verse en la sección dedicada a los "Postulados del pensar empírico" y el capítulo titulado "Fenómenos y númenos" de la "Analítica trascendental" (véase A75=B101 y también la sección dedicada al "Ideal trascendental" de la "Dialéctica trascendental", A571=B599 y ss). Lo objetivamente posible es lo que puede existir en el tiempo, lo que puede ser objeto de experiencia.

Pero Kant no cree suficiente la distinción *a priori —a posteriori* e introduce la distinción analítico— sintético. Se suele atribuir a Kant poco o mucho descuido a la hora de caracterizar esta distinción. Creo que no hay tal. La distinción entre juicios sintéticos y analíticos se establece a partir de la relación de inclusión entre dos conceptos: un sujeto A y un predicado B. Según Kant, en un juicio o proposición el predicado puede estar incluido en el sujeto o no. Si lo está el juicio es analítico; si no (o sea, si los conceptos A y B son disjuntos), es sintético (A6-7 = B10-11).

Kant también establece la distinción diferenciando entre juzgar un concepto (el del sujeto) analíticamente o juzgarlo sintéticamente (A721 = A749). En el caso de los juicios analíticos no salimos del concepto sujeto para decidir algo sobre él (A154 = B193, A721 = B749): la relación entre los conceptos es de identidad o contradicción (A7 = B11; A150 = B189 y ss; A154 = B194). En el primer caso, en el caso de la relación de identidad, el predicado es idéntico a una parte del sujeto; en el segundo caso, la relación entre el sujeto y el predicado es o no de contradicción: el predicado contradice o no al sujeto. Para precisar el significado de esto podemos acudir al capítulo de la "Dialéctica trascendental" dedicado al "Ideal de la razón pura". Dice Kant: "En relación con lo que no se halla contenido en él, todo concepto es indeterminado y está sometido al principio de la determinabilidad, según el cual sólo uno de cada par de predicados opuestos entre sí contradictoriamente puede convenir al concepto. Este principio se basa en el de contradicción y es, consiguientemente, un principio meramente lógico que prescinde de todo contenido cognoscitivo y no atiende más que a la forma lógica del conocimiento" (A571=B589). Si a esta cita añadimos otros lugares en los que habla de la lógica formal (por ejemplo A72=B97; véase sobre el carácter universal de los axiomas geométricos frente al carácter individual de las fórmulas numéricas en A163=B204 y s), podemos afirmar, en primer lugar, que para Kant la lógica formal es una lógica de conceptos sin individuos. En segundo lugar, la cita nos da la clave del uso que hay que dar al principio de no contradicción. La ausencia de contradicción a la que se refiere en la sección "Principio supremo de todos los juicios analíticos" (A150=B189) debe entenderse como la ausencia de predicados opuestos contradictoriamente en la lista de predicados que conforman cada concepto. Y, por su parte, es evidente que la relación de identidad sirve para comprobar si en dicha lista están los mismos predicados.

Con respecto a esto, hay que señalar que para Kant todo el conocimiento puede articularse en un sistema conceptual, una enorme disyunción, en la que sólo uno de cada par de predicados opuestos entre sí contradictoriamente puede convenir al concepto. Cada concepto sería así una reunión de unos pocos de los miembros de la macrodisyunción. Resumiendo, Kant tiene una concepción intensional de los conceptos, de tal modo que un concepto está contenido en otro si y solo si es una nota de un concepto o una nota de sus notas.

En el caso de los juicios sintéticos, hay que ir más allá del concepto del sujeto, hace falta un tercer elemento, una X, que relacione sujeto y predicado (B13, A155=B194, A721 = B749, A732 = B760). En los juicios de experiencia dicha X es la experiencia completa del objeto (por tanto con una intuición por medio) que pienso mediante un concepto A, el cual constituye sólo una parte de esa experiencia (B12). Se trata de juicios no necesarios, *a posteriori*, juicios sintéticos *a posteriori*. Pero hay juicios sintéticos *a priori*, en los que la X es un conocimiento *a priori*: una intuición pura. Y todos los juicios matemáticos son sintéticos *a priori* (B14-16).

En este punto, conviene recordar que Hintikka (1963, 1973) y Friedman (1992, capítulos 1 y 2) han precisado en el significado lógico de la intuición pura, en el significado lógico de la X de los juicios sintéticos *a priori*. La intuición pura sería el equivalente epistemológico kantiano a la regla de instanciación existencial de la lógica cuantificacional que Kant desconocía.

Pero entonces el carácter ampliativo de los juicios sintéticos *a priori* desaparecería, dejarían de ser sintéticos. Hintikka (1973, capítulo VII) señala que puede formularse la lógica cuantificacional de tal manera que *para nosotros*, pueda mantenerse su carácter ampliativo. Sin embargo, el propio Hintikka (1984) muestra que pese a esta componenda (fructífera desde el punto de vista lógico) se pierde el carácter original de la propuesta kantiana: Hintikka encuentra en Kant el error, que califica de aristotélico, de ligar la individuación a lo sensible.

Pero pertenece al nervio del sistema kantiano el que, contra Leibniz, la identidad numérica no es identidad cualitativa, como en efecto insiste Kant en la "Anfibología de los conceptos de reflexión". Y no estoy convencido de la pretensión de Hintikka de que Kant cometió un "error aristotélico". Pero sí me convence el significado lógico – formal de la intuición pura y los juicios sintéticos *a priori* que señala Hintikka.

Y creo que es posible mantener el sistema de Kant cambiando la lógica formal que supone. Partamos del principio de que en Kant el entendimiento es el mismo en su uso lógico (formal) y en su uso (lógico–) trascendental. La regla de instanciación existencial pertenece a la lógica formal y, como regla lógica, puede ser aplicada a cualquier cosa lógicamente posible. Sin embargo, Kant distingue, como ya hemos visto, lo lógicamente posible de lo objetivamente posible y es en este último ámbito donde hay juicios sintéticos *a priori* que se anticipan a la experiencia, que nos dicen de antemano cómo es la realidad.

La lógica trascendental no se identificaría, pues, con la lógica cuantificacional, porque la lógica trascendental es epistemología (A55=B80). El apellido trascendental significa que las representaciones así calificadas "no poseen origen empírico, por una parte, y, por otra, la posibilidad de que, no obstante, se refieran *a priori* a objetos de la experiencia" (A56=B81). De ello trata la "Estética trascendental" de la *Crítica de la razón pura* en lo que se refiere al espacio y al tiempo: los seres humanos no sólo están condicionados por las leyes de la lógica sino que también lo están por distinguir entre los objetos, por establecer la diferencia numérica, mediante el espacio y el tiempo aunque otros seres no humanos pueden estar condicionados de otra manera.

Y, por tanto, no se trata de que la lógica formal abra unas posibilidades que la lógica trascendental restringe a través de la intuición pura (Friedman 1992, cap. 2, sec. I y IV). Sino de que estamos condicionados a establecer la diferencia numérica de una determinada manera independientemente de que eso sea una posibilidad lógica. No cabe, pues, tampoco una interpretación modal de los cuantificadores para las matemáticas.

2. El espacio y el tiempo son materia de las matemáticas, pero no son objetos

Para Kant la referencia inmediata a un objeto es la intuición. La intuición tiene lugar cuando se da el objeto. La intuición *humana* es ser afectado por un objeto, cuyo efecto se denomina sensación y el objeto fenómeno. Esto es, nuestras intuiciones son intuiciones empíricas, que proceden de nuestra capacidad de ser afectados (sensibilidad) (A19 = B33).

En un fenómeno hay que distinguir entre su materia y su forma. La forma es lo que hace que el fenómeno pueda ser ordenado en ciertas relaciones y no puede ser sensación. Está *a priori* en la mente. Es pura (sin sensación). Se denomina también intuición pura. En otros términos, la forma de la sensación es lo objetivamente común para los seres racionales sensibles humanos.

La "Estética trascendental" consiste en aislar la sensibilidad. Luego apartaremos de ésta lo perteneciente a la sensación y nos quedaremos con la intuición pura. El resultado es los conceptos de espacio y el tiempo (A20-22 = B34-36).

Para Kant los conceptos pueden proceder del entendimiento o de la sensibilidad. En el primer caso se extraen del propio entendimiento, en el segundo de intuiciones. El espacio y el tiempo son conceptos que proceden de la sensibilidad. Y ello permite a Kant distinguir entre el concepto de espacio y su determinación geométrica, que procedería del entendimiento. En efecto, al comentar el calificativo "trascendental", Kant señala que "[…], ni el espacio ni ninguna determinación geométrica a priori del mismo constituye una representación trascendental" (A56=B81).

Obsérvese pues, que Kant distingue el concepto de espacio (concepto originado en una intuición, la intuición pura) de su determinación geométrica. Recordemos que el principio de la determinabilidad de un concepto afirma que sólo uno de cada par de predicados opuestos entre sí contradictoriamente puede convenir al concepto en cuestión. Por tanto, el espacio, en tanto que intuición pura determinada (conceptualizada) geométricamente deberá ser no contradictorio. Es la única condición que la filosofía de Kant pone a la geometría. Qué geometría sea, no creo que Kant lo dudase pero sus tesis no lo suponen.

Es más, Allison (1983, cap. 5) ha demostrado que la argumentación de la "Estética trascendental" dedicada a demostrar que el espacio y el tiempo son intuiciones *a priori* y que son empíricamente reales e idealmente trascendentales, no depende para nada de la geometría, razón por la cual el que se conozcan otras geometrías distintas de la euclídea no afecta a las tesis de Kant.

Hay que añadir que, para Kant, el espacio por un lado, y el tiempo, por otro, son dos conjuntos de relaciones (A34 =B51, B67, A284-285 = B340-341) que forman dos totalidades individuales (A25 = B39-40, A31-32 = B47-48). Sin embargo, no son objetos (A292 = B348-9), como señala claramente Kant en el apéndice a la "Analítica de los principios o Doctrina trascendental del juicio" que está dedicado a la "Anfibología de los conceptos de reflexión". Por tanto, Kant niega que con el espacio y el tiempo tengamos entes matemáticos. Y puede hacerlo porque el espacio y el tiempo, para Kant, no se dan solos, aislados. Podemos imaginarlo así, pero el hecho es que según Kant *no se dan* aislados. El espacio y el tiempo siempre están con aquello de que son forma, es decir, de aquello de lo que constituyen sus relaciones objetivas: los objetos empíricos. No hay ni puede haber, pues, para el idealismo trascendental entes matemáticos.

3. Podemos intuir el espacio y el tiempo, pero esa intuición no proporciona conocimiento, no hay matemáticas sólo con la intuición, hace falta el entendimiento, los conceptos

Para comprobarlo fijémonos en el comienzo de la "Analítica". En la "Estética" se había establecido que la espacialidad y la temporalidad son condiciones *a priori* de la receptividad de las impresiones. Pero, según Kant, con ello todavía no conocemos, pues hace falta que las intuiciones sean pensadas, determinadas, conceptualizadas y para ello está el entendimiento. La generación del concepto, dirá después, es debida a la síntesis de la imaginación, pero el entendimiento ha de intervenir analizando (de esto se ocupa la lógica general) y reduciendo así a un concepto. Así, por ejemplo, contar es una síntesis pura según conceptos que se desarrolla de acuerdo con el principio común de unidad. Si contamos hasta diez el concepto es la decena.

O sea, sólo con la intervención del entendimiento hay matemáticas, sólo con el entendimiento hay geometría o aritmética y no mera espacialidad y temporalidad, como se puede ver también en la "Deducción trascendental" (B137-138). Porque como dice en la "Representación sistemática de todos los principios del entendimiento puro", las matemáticas exhiben principios que *no derivan* del entendimiento, sino de la intuición, del espacio y el tiempo, pero tales principios *se extraen* mediante el entendimiento (A159-160=B198-199).

En la "Doctrina trascendental del método", Kant afirma que el conocimiento matemático es un "conocimiento obtenido por construcción de los conceptos" y que "Construir un concepto significa presentar la intuición a priori que le corresponde" (A713 = B714). "[…] en este caso, la construcción geométrica, mediante la cual añado en una intuición pura, [o sea, en la X de los juicios sintéticos a priori,] igual que hago en la empírica, la diversidad perteneciente al esquema de un triángulo en general y, consiguientemente, a su concepto; […]" (A718=B746). Kant, por tanto, ve la construcción de conceptos, el proceder matemático mediante la actividad del entendimiento que *determina* (conceptualiza), mediante un concepto suyo, la intuición pura, a través del esquema correspondiente.

Y ello porque los conceptos de la geometría, o de las matemáticas en general, podrían no aplicarse al espacio y el tiempo, y por tanto, podrían aplicarse a objetos distintos de los objetivamente posibles, esto es, podrían aplicarse a todos los objetos lógicamente posibles (A146-147=B186). Pero para Kant, si queremos que los conceptos matemáticos nos proporcionen conocimiento, deben aplicarse sólo al espacio y el tiempo, a lo objetivo de la experiencia. Y cuando el concepto matemático se aplica al espacio y al tiempo, tenemos que la regla en que consiste el concepto se expresa en términos de tales intuiciones. Eso es el esquema. El esquema de un triángulo es el concepto correspondiente siempre que la regla en que consiste el concepto se *interprete* en términos del espacio y el tiempo. Así el esquema es la intuición pura vista en el camino desde el entendimiento a la sensibilidad.

De este modo, las figuras de la geometría, resultado de la construcción del concepto, pueden ser una imagen pura (la expresión es de Kant – A142 = B182) trazada por la imaginación o una imagen sensible —una figura dibujada en el papel— (A713 = B741), y tienen carácter universal en la medida en que esas imágenes significan el esquema y consiguientemente el concepto.

Por tanto las matemáticas no tienen sentido si no son para conocer nuestro mundo sensible que es *el* mundo, no hay otro (véase la deducción trascendental B146-147). El conocimiento del espacio es tal conocimiento en la medida en que sirve para conocer los fenómenos, de lo contrario sería como "entretenernos con un mero fantasma" como señala al tratar el "Principio supremo de todos los juicios sintéticos" (A156=B195, y s). Ni la esfera lógica, ni la matemática son previas ni fundamentales, sino que es la esfera de la experiencia la que es fundamental. La intuición pura no es una forma de seleccionar entre lo posible lógicamente aquello que es objetivamente posible (Friedman 1992, cap. 2, sec. I y IV), sino que son las relaciones objetivas que constituyen la espacialidad y la temporalidad las que abren la posibilidad lógica. Sólo a través de la experiencia, del conocimiento empírico, cabe plantearse o, más kantianamente, cabe imaginarse o pensar, el resto.

Por decirlo de otro modo, el digamos "defecto" de la lógica kantiana, el no ser todavía lógica cuantificacional se convierte en una virtud pues le obligó a generar un concepto peculiar e interesante de significado y realidad objetivos (Friedman 1992, cap.2, sec. IV).

Por otra parte, con esto, cabría vislumbrar en Kant un hacer matemático conceptual que puede tener luego aplicación a la realidad. De Lorenzo (1992) nos previene: el sistema kantiano no lo hace posible porque es cerrado, ahistórico, no acepta que se puedan idear sistemas conceptuales que luego puedan encontrar asiento en el mundo empírico. En efecto, esto es cierto, pero se me antoja tirar al niño con el agua del baño. De la misma manera que, tal vez, la propuesta kantiana valga cambiando la lógica de la época en que fue concebido, tal vez aguante un poco de historia.

Shabel (1997, parte III) ha mostrado que la matemática kantiana es fundamentalmente geométrica, como lo era la matemática de su época, y ello incluye la concepción de la propia aritmética. Si toda la matemática fuese geometría o si pudiésemos mantener que la fundamentación de la matemática es geométrica, entonces la concepción de Kant tendría mucho que decir. En efecto, imaginemos que el espacio es la forma de representarnos todos los aspectos matematizables, vale decir, inteligibles de lo sensible, lo que todos podemos percibir en una comunidad de individuos sensibles y racionales. Esta posibilidad es la contemplada por Kant.

El interés de Kant, por este lado, significa comprobar en qué medida la topología, la teoría de nudos u otras toman pie en algo así como una concepción diagramática (en expresión de Javier de Lorenzo) del quehacer matemático. Existen trabajos sobre este aspecto a los que remito (véase, a modo de ejemplo, Magnani (2001) y Brown (1999)). Pero tal vez podemos no quedarnos aquí y la teoría kantiana puede seguir teniendo interés más allá.

4. Perspectivas kantianas en filosofía de la matemática

Fijemos nuestra atención en la concepción de la aritmética de Kant. Kant mantiene, en su formulación de los axiomas de la intuición, que las cosas intuidas son numerables y que el número es el esquema de la categoría de la cantidad (quantitas). Aquí está presente la antigua concepción de la matemática como ciencia de la extensión y la cantidad, e insisto en que la concepción de la aritmética de Kant se basa en la geometría. De nuevo de Lorenzo (1992, p. 138) acierta al criticar el concepto de número de Kant. Kant hace de los números una mera regla de cálculo sin lugar para la teoría de números. Kant, añade de Lorenzo, no tiene el concepto de número como no tiene el de función. Sin embargo, el problema no es que Kant no tuviese los conceptos matemáticos adecuados sino si es posible incardinar en su filosofía los conceptos matemáticos adecuados.

Podemos formular esa posibilidad en términos de Young (1984, sección II): para Kant, dada la forma de nuestra intuición, la construcción de los conceptos aritméticos requiere que ordenemos procedimientos de generar e identificar colecciones de n objetos, y estos procedimientos deben ser temporalmente sucesivos. Estos procedimientos son "condiciones universales de construcción" o esquemas de los conceptos (A713/B741 y ss, A142/B182): son los números naturales. Obsérvese que lo relevante aquí no es la sucesividad, que también se da en la construcción geométrica, sino el hecho de que generamos e identificamos colecciones de n objetos de determinada manera: eso es el esquema que se identifica con lo que entendemos por número natural.

Pero el concepto puede ser otra cosa. Puede ser más que el esquema. Nuestros conceptos pueden superar lo que podemos plasmar de ellos en el espacio y el tiempo, en la objetividad de la experiencia, mediante el esquema. No serán conocimiento pero tienen sentido.

Lo que quiero decir se puede ilustrar al abordar el lugar del infinito en la filosofía de la matemática de Kant. Parsons (1964) y Friedman (1992, cap. 2, sec. V), por citar dos autores renombrados, han atribuido una fallida explicación del origen del concepto de infinito por parte de la intuición kantiana. Pero el infinito no tiene su origen en la intuición sino en la razón, como explícitamente se puede ver en el segundo capítulo del segundo libro de la "Dialéctica trascendental" dedicado a la antinomia de la razón pura. Dice Kant:

"Ahora bien, esta síntesis absolutamente completa [de las condiciones de todos los fenómenos], es una simple idea, ya que no podemos saber, al menos de antemano, si es también posible en el terreno de los fenómenos. [..., y continúa el mismo párrafo] De todas formas, la idea de esta completitud se halla en la razón, sea o no posible ligar a ella conceptos empíricos de modo adecuado. Así pues, dado que la absoluta totalidad de la síntesis regresiva de la diversidad en la esfera del fenómeno (...) contiene necesariamente lo incondicionado, pudiéndose dejar sin decidir si y cómo es posible producir esa totalidad, la razón adopta aquí como punto de partida la idea de totalidad, si bien es lo incondicionado —sea de toda la serie sea de una parte de ella— lo que persigue como objetivo final". Y continua inmediatamente después en el siguiente párrafo: "De todos modos podemos pensar ese incondicionado [...] formado por la serie entera en la que, consiguientemente, son condicionados todos los miembros, sin excepción, siendo sólo su totalidad lo absolutamente incondicionado, y entonces el regreso se llama infinito [...], la serie es, *a parte priori ilimitada* (sin comienzo), es decir, infinita, a pesar de lo cual está dada por entero. Pero el regreso nunca es en ella completo. Por ello sólo puede llamarse potencialmente infinita" (A416=B444 y ss).

Es la razón la que a partir de secuencias finitas llega a la infinitud, una infinitud "dada por entero", aunque nosotros nunca podemos realizar el recorrido infinito, por eso es "potencialmente infinita". Así, en el §26[1] de la *Crítica del discernimiento* Kant señala que no podemos dar un número a la infinitud porque no puede haber totalidad absoluta de progreso sin fin, es decir, porque no podemos dar un esquema, un equivalente espacio-temporal al infinito. Sin embargo, Kant mantiene que sí que es conceptualizable intelectualmente, mediante conceptos de razón, mediante ideas. Se trata de conceptos sin objeto, característica que Kant aplica a todos los númenos (A290=B347), que no establecen posibilidades objetivas pero que no son imposibles (ídem).

Vemos, pues, como Kant califica de matemáticas sólo aquellas matemáticas que ahora calificaríamos de modelizables en el espacio y el tiempo, esto es, que nos sirven para conocer *a priori* el mundo de la experiencia. El resto, dirá, es como entretenerse en meros fantasmas.

Recapitulemos. Dado lo dicho, una estrategia kantiana en filosofía de las matemáticas funciona así:

1º) Parte de las relaciones objetivas que podemos encontrar en la experiencia. Concretamente Kant las ve en la espacialidad y la temporalidad. En términos kantianos estos aspectos de la realidad serían epistémicamente necesarios (*a priori*) y empíricamente reales. Pero también son idealmente trascendentales: son propias del mundo de los humanos pero es lógicamente posible que otros seres estableciesen la identidad numérica de las cosas y su exterioridad respecto a nosotros de otra manera distinta al espacio y al tiempo. Además, obsérvese que la espacialidad y la temporalidad no son objetos.

2º) Las matemáticas serían el resultado de producir conceptos y teorías para esas relaciones objetivas. En el caso de Kant, la geometría, la aritmética y tal vez el cálculo. Pero aunque su materia es epistémicamente *a priori*, los axiomas de las teorías matemáticas no son verdades lógicas: su negación no es autocontradictoria. Son juicios sintéticos en sentido kantiano. Y tales axiomas serán *a priori* en la medida en que aceptemos que las relaciones que enjuician han sido establecidas como *a priori* por otra vía, en el caso de Kant, epistémicamente.

3º) Los conceptos y teorías pueden superar el punto de partida, pueden funcionar sin objeto (sin los objetos del mundo de la experiencia, se entiende) mientras no caigan en la imposibilidad lógica. Hemos visto el caso del infinito. Nosotros llamamos a eso también matemáticas. Kant sólo lo hacía si tales teorías acreditaban un objeto posible, si era posible dar un esquema para sus conceptos.

Pero dejemos de lado cuestiones de nombres. Ya hemos visto que Kant es interesante por la epistemología de ese hacer diagramático que encontramos en las matemáticas. Pero creo que también es digno de estudio en la filosofía de la matemática kantiana que, como ya hemos visto, prescinde de los entes matemáticos como diferentes de lo que podemos encontrar en el mundo de la experiencia y se mantiene igualmente alejada del convencionalismo, haciendo justicia a ese aspecto necesario que muestran las verdades matemáticas. Podemos discutir el concepto de *a priori* pero lo relevante aquí de la posición de Kant es que hay determinadas relaciones que aparecen como privilegiadas para Kant y cuya conceptualización y teorización serían objeto de las matemáticas. Y, claro está, nada impide que haya otras relaciones objetivas a las que aplicar el mismo procedimiento. Por otro lado, la epistemología kantiana permite, a partir de esas relaciones objetivas, ir conceptualmente más allá de ellas. Es verdad que Kant no llama a eso matemáticas, pero nuestra experiencia posterior a Kant señala que entretenerse con fantasmas a veces da buenos resultados.

Bibliografía citada

Allison, H. E. (1983): *El idealismo trascendental de Kant: Una interpretación y defensa*. Barcelona: Anthropos, 1992. (*Kant's transcendental idealism: An interpretation and defence*. London: Yale University Press, 1983).

Benacerraf, (1973): "Mathematical Truth", en Hart (1996).

Brown, J. R. (1999): *Philosophy of Mathematics. An Introduction to the World of Proofs and Pictures*. London: Routledge.

Detlefsen, M. (ed.) (1992): *Proof and knowledge in mathematics*. London: Routledge.

Friedman, M. (1992): *Kant and the Exact Sciences*. Harvard University Press.

Hart, W. D. (ed.) (1996): *The Philosophy of Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Hintikka, J. (1967): "Kant on the Mathematical Method". *The Monist*, vol. 51, pp. 352-375. Ahora en Posy (1992).

Hintikka, J. (1973): *Lógica, juegos del lenguaje e información*. Madrid: Tecnos, 1976 (Traducción de *Logic, Language-Games and Information*. Oxford University Press, 1973)

Hintikka, J. (1984): "Kant's Transcendental Method and His Theory of Mathematics". *Topoi*, vol. 3. Ahora en Posy (1992).

Lorenzo, J. de (1992): *Kant y la matemática. El uso constructivo de la razón pura*. Madrid: Tecnos.

Magnani, L. (2001): *Philosophy and Geometry. Theoretical and Historical Issues*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Parsons, Ch. (1964) Infinity and Kant's Conception of the "Possibility of Experience" *Philosophical Review*, 73, 182-197. Ahora en Parsons (1983).

Parsons, Ch. (1983): *Mathematics in Philosophy. Selected Essays*. Ithaca (New York): Cornell University Press.

Parsons, C. (1984): "Arithmetic and the Categories". *Topoi*, vol. 3. Ahora en Posy (1992).

Posy, C. J. (1992): *Kant's Philosophy of Mathematics. Moderns Essays*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Russell, B. (1897): *An Essay on Foundations of Geometry*. New York: Dover, 1956

Shabel, L. (1997): *Mathematics in Kant's Critical Philosophy. Reflections on Mathematical Practice*. London: Routledge, 2003.

Tait, W. W. (1986) en Hart (1996).

Tait, W. W. (1992): "Reflections on the concept of *a priori* truth and its corruption by Kant", en Detlefsen (1992), pp. 33-64.

Young, M. (1984): "Construcción, Schematism, and Imagination". *Topoi*, vol. 3. Ahora en Posy (1992).